

Ejercicios realizados por Jenny, Marina y Jaime

1.- Resuelve 3 de las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $\frac{x^2-1}{3x^2+6x} + \frac{x^2-2x+1}{x^2+3x+2} = \frac{2x}{x+1}$

d) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$

b) $\sqrt{2x-3} + 3x = 4$

e) $x(3x-2)(\sqrt{x}-3) = 0$

c) $\log x = \log \frac{x}{2} - 2$

f) $x^4 - 10x^2 = -9$

d) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28 \rightarrow \frac{2^x}{2} + 2^x + 2^x \cdot 2 = 28 \rightarrow 2^x \left(\frac{1}{2} + 1 + 2 \right) = 28 \rightarrow$
 $2^x \cdot \frac{7}{2} = 28 \rightarrow 2^x = \frac{28 \cdot 2}{7} \rightarrow 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3 \rightarrow x = 3.$

f) $x^4 - 10x^2 = -9$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$z^2 - 10z + 9 = 0$$

$$z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} \begin{cases} \frac{10+8}{2} = 9 = z_1 \\ \frac{10-8}{2} = 1 = z_2 \end{cases}$$

$$z = x^2$$

$$9 = x^2 \quad x = \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

$$z = x^2$$

$$1 = x^2$$

$$x = \sqrt{1}$$

$$x = \pm 1$$

2.- Reparte el número 16 en dos partes tales que la diferencia de sus cuadrados sea 32.
(1,25 puntos)

$$\begin{cases} x+y=16 \\ x^2-y^2=32 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad x=16-y$$

$$\begin{aligned} (16-y)^2 - y^2 &= 32 \\ 256 - 32y + y^2 - y^2 &= 32 \\ -32y &= 32 - 256 \\ -32y &= -224 \\ 32y &= 224 \\ y &= \frac{224}{32} = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+7 &= 16 \\ x &= 16-7 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 7 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Falta poner la solución

3.- Resuelve 2 de los siguientes sistemas logarítmicos y exponenciales: (2 puntos)

a) $\begin{cases} 3^x = 1 + 2^y \\ 1 = 3^{x-1} - 2^{y-2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2 \log x - \log y = 3 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 70 \\ \log x + \log y = \log 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ \frac{3^{x+3}}{3^{2-2y}} = \frac{1}{9} \end{cases}$

$$c) \begin{cases} x+y=70 \\ \log x + \log y = \log 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=70 \\ xy=6 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=70-y \\ \end{array} \right.$$

$$(70-y)y=6$$

$$70y - y^2 = 6$$

$$y^2 - 70y + 6 = 0$$

$$y = \frac{70 \pm \sqrt{4900 - 4 \cdot 6}}{2} \quad \begin{cases} \frac{70 + 69'8}{2} = 69'9 \\ \frac{70 - 69'8}{2} = 0'1 \end{cases}$$

$$y = 69'9$$

$$x + 69'9 = 70$$

$$x = 0'1$$

$$y = 0'1$$

$$x + 0'1 = 70$$

$$x = 69'9$$

$$\boxed{\begin{matrix} y = 69'9 \\ x = 0'1 \end{matrix}}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x = 69'9 \\ y = 0'1 \end{matrix}}$$

4.- Aplica el método de Gauss para resolver el siguiente sistema: (1,5 puntos)

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -3x + 4y - z = 11 \\ 6x + 2y + 3z = 50 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ -3x + 4y - z = 11 \\ 6x + 2y + 3z = 50 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ y + 2z = 11 \\ 8y - 3z = 50 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ y + 2z = 11 \\ z = 2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} z = 2 \\ y + 2 \cdot 2 = 11 \Rightarrow y = 7 \\ x - 7 + 2 = 0 \Rightarrow x = 5 \end{array} \right.$$

5.- Resuelve 2 de los siguientes sistemas de ecuaciones: (1,75 puntos)

$$a) \begin{cases} \frac{y}{x+1} = 4 \\ \frac{y+1}{x} = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 27 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5(x-2) = y+2 \\ x+5 = 3(y-5) \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 17 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c). } & \begin{cases} 5(x-2) = y+2 \\ x+5 = 3(y-5) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 5x-10 = y+2 \\ x+5 = 3y-15 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 5x-y = 12 \\ x-3y = -20 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = -20+3y \\ \end{array} \right. \\
 & 5(-20+3y) - y = 12 \qquad x = -20+3 \cdot 8 \\
 & -100 + 15y - y = 12 \qquad x = -20+24 \\
 & 15y - y = 100+12 \qquad \boxed{x = 4} \\
 & 14y = 112 \\
 & y = \frac{112}{14} \\
 & \boxed{y = 8}
 \end{aligned}$$

6.- José le dice a Inés: “Mi colección de compactos es mayor que la tuya, ya que si te doy 10 tendrías la misma cantidad que yo”. Inés le responde: “Es verdad y sólo te faltan 10 para doblarme en número”. ¿Cuántos compactos tiene cada uno? (1,5 puntos)

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} x-10 = y+10 \\ x+10 = 2y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = y+20 \\ \end{array} \right. \\
 & y+20+10 = 2y \qquad x = 30+20 \\
 & y+30 = 2y \qquad x = 50 \\
 & y = 30 \\
 & \boxed{\begin{array}{l} y = 30 \\ x = 50 \end{array}} \\
 & x = n^{\circ} \text{ de compactos de José} \\
 & y = n^{\circ} \text{ de compactos de Inés}
 \end{aligned}$$